

APLIKASI *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE* (GSTAR) PADA PEMODELAN VOLUME KENDARAAN MASUK TOL SEMARANG

Dian Anggraeni¹, Alan Prahutama², Shofi Andari³

¹Staf Pengajar Jurusan Matematika Universitas Negeri Jember

²Staf Pengajar Jurusan Statistika Universitas Diponegoro

³Staf Pengajar Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Abstract

Time series data from neighboring separated location often associated both spatially and through time. Generalized space time autoregressive (GSTAR) model is one of the most common used space-time model to modeling and predicting spatial and time series data. This study applied GSTAR to modeling vehicle volume entering four tollgate (GT) in Semarang City: GT Muktiharjo, GT Gayamsari, GT Tembalang, and GT Manyaran. The data was collected by month from 2003 to 2009. The best model provided by this study is GSTAR (2₁)-I(1,12) uniformly weighted with the smallest REMSE mean 76834.

Key words: GSTAR, Vehicle Volume, Space-Time Model

1. Pendahuluan

Data deret waktu dari beberapa lokasi yang berdekatan seringkali mempunyai hubungan yang saling bergantung^[1]. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) adalah salah satu model yang banyak digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data deret waktu dan lokasi. Model ini merupakan pengembangan dari model *Space Time Autoregressive* (STAR) yang cenderung tidak fleksibel saat dihadapkan pada lokasi-lokasi yang memiliki karakteristik yang heterogen^[5]. Salah satu penelitian mengenai model GSTAR adalah *Model Generalisasi Space Time Autoregresi dan Penerapannya pada Produksi Minyak Bumi*^[6]. Studi model GSTAR tersebut dimotivasi oleh fenomena produksi minyak bumi yang memiliki keheterogenan tinggi, sehingga model STAR kurang sesuai dalam mendeskripsikan dan memperkirakan produksi minyak. Penelitian lain mengenai model GSTAR adalah mengenai kekonsistenan *least square* sebagai metode estimasi dalam model pada studi kasus pada produksi teh bulanan di Jawa Barat^[2].

Salah satu permasalahan utama pada pemodelan GSTAR adalah pemilihan dan penentuan bobot lokasi. Bobot lokasi yang baik adalah bobot lokasi yang membentuk model dengan kesalahan ramalan terkecil. Secara umum terdapat tiga bobot lokasi yang digunakan dalam GSTAR, yaitu bobot lokasi seragam, bobot lokasi invers jarak, dan bobot lokasi normalisasi korelasi silang. Beberapa penelitian yang berkaitan dengan penentuan bobot lokasi antara lain mengkaji tentang penggunaan bobot lokasi seragam pada data produktivitas teh di beberapa perkebunan^[6]. Penentuan bobot lokasi dengan menggunakan normalisasi hasil inferensia statistik terhadap korelasi silang antar lokasi merupakan cara yang optimal untuk pemodelan GSTAR dibandingkan dengan bobot lokasi seragam^[7]. Namun, karakteristik suatu data mempunyai keunikan sendiri, sehingga memungkinkan adanya pemilihan dan penentuan bobot lokasi yang berbeda. Pada penelitian ini analisis GSTAR diaplikasikan untuk memodelkan volume kendaraan yang masuk empat gerbang tol (GT) di Kota Semarang: GT Muktiharjo, GT Gayamsari, GT Tembalang, dan GT Manyaran yang datanya diambil per bulan dari tahun 2003 sampai dengan 2009. Pergerakan volume kendaraan yang melalui tiap gerbang tol diduga selain mempunyai

keterkaitan dengan volume pada waktu-waktu sebelumnya juga mempunyai keterkaitan dengan pergerakan volume di gerbang tol lain yang seringkali disebut dengan hubungan spasial. Model yang diharapkan yaitu model yang menggambarkan keterkaitan waktu dan lokasi pada data volume kendaraan yang melalui jalan tol di Kota Semarang berdasarkan penentuan bobot lokasi yang memberikan nilai kesalahan ramalan terkecil. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk memperoleh model *space-time* terbaik dengan membandingkan dan mengevaluasi ketepatan ramalan berbagai bobot lokasi dari model GSTAR pada data volume kendaraan yang melalui jalan tol di kota Semarang

2. Bahan dan Metode

Matrix Autocorrelation Function (MACF)

Diberikan suatu vektor *time series* sebanyak n pengamatan Z_1, Z_2, \dots, Z_n matriks korelasi sampel dinyatakan sebagai:

$$\hat{\rho}(k) = [\hat{\rho}_{ij}(k)] \quad (1)$$

Dengan $\hat{\rho}_{ij}(k)$ adalah korelasi silang sampel dari komponen deret ke- i dan ke- j yaitu

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (z_{i,t} - \bar{z}_i)(z_{j,t+k} - \bar{z}_j)}{[\sum_{t=1}^n (z_{i,t} - \bar{z}_i)^2 \sum_{t=1}^n (z_{j,t} - \bar{z}_j)^2]^{1/2}} \quad (2)$$

dengan \bar{z}_i dan \bar{z}_j adalah mean sampel dari komponen deret yang bersesuaian.

Bentuk matriks dan grafik semakin kompleks apabila dimensi dan vektornya semakin besar, sehingga menyulitkan dalam hal pengidentifikasian. Untuk mempermudah metode yang digunakan adalah dengan menggunakan simbol yang dinotasikan dengan (+), (-) dan (.) pada matriks korelasi sampel ke $(i, j)^{[9]}$. Simbol (+) diartikan sebagai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ lebih besar dari 2 kali standar error dan menunjukkan hubungan memiliki korelasi positif. Simbol (-) menyatakan suatu nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ kurang dari -2 kali standar error dan menunjukkan hubungan memiliki korelasi negatif. Sedangkan simbol (.) menotasikan $\hat{\rho}_{ij}(k)$ berada diantara ± 2 kali standar error dan menunjukkan tidak adanya korelasi.

Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)

Fungsi Matriks parsial korelasi sampel sangat diperlukan dalam model AR. Korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} bisa diketahui setelah dependensi linear pada variabel $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ dihilangkan. Persamaan *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF) dirumuskan sebagai berikut^[9]:

$$\phi_{kk} = \frac{\text{Cov}[(Z_t - \hat{Z}_t), (Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})]}{\sqrt{\text{Var}(Z_t - \hat{Z}_t)} \sqrt{\text{Var}(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}} \quad (3)$$

Matriks fungsi korelasi parsial pada lag ke- s ($P(s)$) sebagai koefisien matriks terakhir jika data diterapkan untuk suatu proses *vector autoregressive* pada orde ke- s $i^{[3]}$. Hal ini merupakan pengembangan definisi fungsi parsial sampel untuk *univariate time series*^[3]. Sehingga $P(s)$ sama dengan ϕ_{ss} dalam regresi linier multivariat. Seperti PACF untuk kasus *univariate time series*, MAPCF juga bersifat terputus setelah lag p pada model VAR (p).

Model GSTAR (Generalized Space-Time Autoregressive)

Model GSTAR merupakan suatu model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model STAR. Secara matematis, notasi dari model GSTAR(p_1) adalah sama dengan model STAR(p_1). Perbedaan utama terletak pada nilai-nilai parameter ϕ_{kl} . Pada model STAR nilai parameter ϕ_{kl} diasumsikan sama untuk semua lokasi, sedangkan pada model GSTAR nilai parameter ϕ_{kl} pada spasial lag yang sama antar lokasi diperbolehkan berlainan. Model GSTAR(p_1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p [\phi_{k0} + \phi_{k1} \mathbf{W}] \mathbf{Z}(t-k) + \mathbf{e}(t) \quad (4)$$

dengan

$\phi_{k0} : \text{diag}(\phi_{k0}^{(1)}, \dots, \phi_{k0}^{(N)})$ dan $\phi_{k1} : \text{diag}(\phi_{k1}^{(1)}, \dots, \phi_{k1}^{(N)})$

Bobot-bobot dipilih sedemikian hingga $W_{ii}=0$ dan $\sum_{i \neq j} W_{ij}=1$

Pemilihan Bobot Lokasi pada Model GSTAR

Bobot Seragam (Uniform)

Bobot seragam didefinisikan dalam $W_{ij} = 1/n_i$, dengan n_i = banyaknya lokasi yang berdekatan dengan lokasi i . Bobot lokasi ini memberikan nilai bobot yang sama untuk masing-masing lokasi. Oleh karena itu, bobot lokasi ini sering digunakan pada data yang mempunyai jarak antar lokasi yang sama (homogen).

Bobot Invers Jarak

Pembobotan dengan invers jarak mengacu pada jarak antarlokasi^[4]. Misalkan jarak di antara 4 lokasi didefinisikan,

r_1 = Jarak antara lokasi 1 dengan lokasi 2

r_2 = Jarak antara lokasi 1 dengan lokasi 3

r_3 = Jarak antara lokasi 1 dengan lokasi 4

r_4 = Jarak antara lokasi 2 dengan lokasi 3

r_5 = Jarak antara lokasi 2 dengan lokasi 4

r_6 = Jarak antara lokasi 3 dengan lokasi 4

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{r_2+r_3}{r_1+r_2+r_3} & \frac{r_1+r_3}{r_1+r_2+r_3} & \frac{r_1+r_2}{r_1+r_2+r_3} \\ \frac{r_4+r_5}{r_1+r_4+r_5} & 0 & \frac{r_1+r_5}{r_1+r_4+r_5} & \frac{r_1+r_4}{r_1+r_4+r_5} \\ \frac{r_4+r_6}{r_2+r_4+r_6} & \frac{r_2+r_6}{r_2+r_4+r_6} & 0 & \frac{r_2+r_4}{r_2+r_4+r_6} \\ \frac{r_5+r_6}{r_3+r_5+r_6} & \frac{r_3+r_6}{r_3+r_5+r_6} & \frac{r_3+r_5}{r_3+r_5+r_6} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\ W_{21} & 0 & W_{23} & W_{24} \\ W_{31} & W_{32} & 0 & W_{34} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & 0 \end{bmatrix}$$

Kemudian matrik diatas distandarkan dalam bentuk W_{ij}^* untuk mendapatkan $\sum_{i \neq j} W_{ij}^{(1)}=1$.

Bobot berdasarkan pada normalisasi korelasi silang antar lokasi pada lag waktu yang bersesuaian.

Taksiran dari korelasi silang ini pada data sampel adalah:

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^n [Z_i(t) - \bar{Z}_i][Z_j(t-k) - \bar{Z}_j]}{\sqrt{(\sum_{t=1}^n [Z_i(t) - \bar{Z}_i]^2)(\sum_{t=1}^n [Z_j(t) - \bar{Z}_j]^2)}} \quad (5)$$

Selanjutnya, penentuan bobot lokasi dapat dilakukan dengan normalisasi dari besaran-besaran korelasi silang antara lokasi pada waktu yang bersesuaian. Proses ini secara umum menghasilkan bobot lokasi sebagai berikut:

$$W_{ij} = \frac{r_{ij}(1)}{\sum_{k \neq 1} |r_{ik}(1)|} \text{ dengan } i \neq j, \quad (6)$$

Bobot ini memenuhi $\sum_{i \neq j} W_{ij} = 1$. Bobot lokasi dengan menggunakan normalisasi dari besaran-besaran korelasi silang antara lokasi pada waktu yang bersesuaian ini memungkinkan semua bentuk kemungkinan hubungan antar lokasi. Bobot ini juga memberikan fleksibilitas pada besar dan tanda hubungan antar lokasi yang berlainan yaitu positif dan negatif. Bobot lokasi ini merupakan bobot lokasi yang mencakup bobot lokasi seragam dan biner^[8].

Estimasi Parameter *Least Square* pada Model GSTAR

Model GSTAR dapat direpresentasikan sebagai suatu model linier dan parameter-parameter autoregresifnya dapat diestimasi menggunakan metode *least square*^[2]. Dengan orde autoregresi, $p=1$ dan orde spasial 1, maka Persamaan (4) dapat diturunkan ke dalam bentuk model GSTAR(1₁) sebagai berikut:

$$Z_i(t) = \varphi_{i0} Z_i(t-1) + \varphi_{i1} \sum_{j=1}^n W_{ij} Z_j(t-1) + e_i(t) \quad (7)$$

$Z_i(t)$ menyatakan observasi pada waktu $t=0, 1, \dots, T$ di lokasi $i=1, 2, \dots, N$ dengan parameter regresi waktu φ_{0i} dan spasial φ_{1i} dimana W_{ij} menyatakan bobot lokasi i terhadap lokasi j . Model GSTAR(1₁) dalam bentuk Persamaan (7) digunakan untuk melihat observasi yang terjadi di setiap lokasi pada waktu tertentu.

Dalam melakukan penaksiran parameter terhadap suatu model linear, metode kuadrat terkecil merupakan cara favorit dan sering digunakan oleh para peneliti maupun praktisi. Metode ini juga diterapkan pada model GSTAR(1₁) yang dapat ditulis dalam bentuk linear sebagai berikut:

$$Y = X\beta + u \quad (8)$$

Estimasi dengan metode *Least Square* adalah sebagai berikut:

$$\beta = [X'X]^{-1}X'Y \quad (9)$$

Root Mean Square Error (RMSE)

Sasaran dalam peramalan adalah menghasilkan suatu ramalan yang optimum dengan *error* yang sekecil mungkin. Hal ini mengarah pada nilai MSE ramalan yang minimum^[9]. Secara umum, MSE diformulasikan dalam bentuk sebagai berikut,

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (10)$$

dengan

y_t = pada pengamatan pada waktu ke- i

\hat{y}_i = nilai ramalan pada waktu ke- i

n = jumlah pengamatan (data *testing*)

Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder volume kendaraan yang melalui jalan tol di Kota Semarang yang diperoleh dari BPS mulai bulan Januari 2003 hingga bulan Maret 2009, sejumlah 84 data dan dibagi menjadi 2 bagian yaitu:

(i) Data *in-sample* (pemodelan) : Januari 2003 - Desember 2008 (72 data)

(ii) Data *out-sample* (validasi) : Januari 2009 - Desember 2009 (12 data)

Sedangkan variable-variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

$Z_1(t)$: Volume kendaraan yang melalui gerbang tol Muktiharjo

$Z_2(t)$: Volume kendaraan yang melalui gerbang tol Gayamsari

$Z_3(t)$: Volume kendaraan yang melalui gerbang tol Tembalang

$Z_4(t)$: Volume kendaraan yang melalui gerbang tol Manyaran

Metode Analisis Data

Dalam penelitian ini dilakukan beberapa tahapan atau langkah-langkah penelitian. Berikut merupakan penjelasan metode analisis data yang digunakan dalam penelitian ini :

1. Memeriksa kestasioneran data dalam mean dan varian
2. Membuat plot MACF dari data awal
3. Membuat plot MACF dari data yang sudah stasioner
4. Menentukan bobot lokasi dari model GSTAR

5. Identifikasi model GSTAR
6. Penaksiran parameter model GSTAR
7. Perbandingan akurasi dengan RMSE

3. Hasil Dan Pembahasan

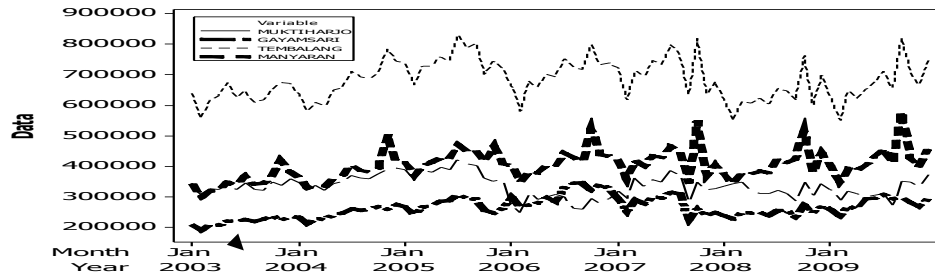
Deskripsi Volume Kendaraan Masuk Gerbang Tol Semarang

Berdasarkan analisis deskriptif yang dirangkum pada Tabel 1 terlihat bahwa pada kurun waktu 2003 s/d 2009 volume kendaraan paling banyak melewati gerbang tol Tembalang, sedangkan volume kendaraan paling sedikit melewati gerbang tol Gayamsari. Dapat disimpulkan secara umum bahwa pada kurun waktu tersebut, lalu lintas paling ramai dari arah selatan menuju utara, barat atau timur kota Semarang.

Tabel 1. Statistika Deskriptif Data Volume Kendaraan Masuk Gerbang Tol Semarang

Gerbang Tol	Total	Rata-rata	Nilai Minimum	Nilai Maksimum	Standar Deviasi
Muktiharjo (Z_1)	24198547	336090,9306	249069	420673	37122,5771
Gayamsari (Z_2)	18833124	261571,1667	189238	345595	35657,413
Tembalang (Z_3)	49301942	684749,1944	550944	831178	66281,62297
Manyaran (Z_4)	28749877	399303,8472	299834	551783	49699,6652

Berdasarkan Gambar 1 menunjukkan bahwa volume kendaraan yang melalui gerbang tol Tembalang jauh lebih tinggi dibandingkan tiga gerbang lainnya pada kurun waktu 2003 s/d 2009. Selain itu dapat dilihat adanya kecenderungan series-series ini tidak stasioner dalam mean. Hal ini nantinya dipastikan dengan cek plot ACF masing-masing series.



Gambar 1. Plot *Time Series* Volume Kendaraan yang melalui Empat Gerbang Tol

Korelasi Volume Kendaraan Antar Gerbang Tol

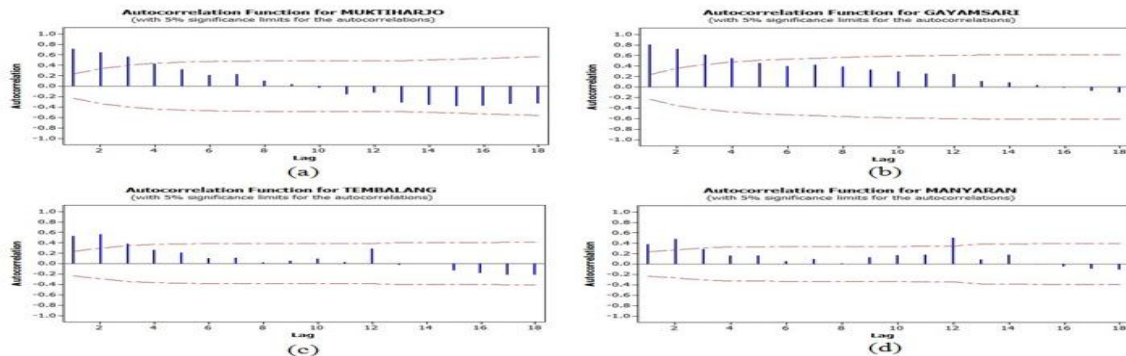
Berdasarkan Tabek 2 terdapat hubungan korelasi positif antara gerbang tol Muktiharjo (Z_1) dengan gerbang tol Tembalang (Z_3) dan Manyaran (Z_4), begitu pula antara gerbang tol Gayamsari (Z_2) dengan Tembalang (Z_3) dan Manyaran (Z_4). Sedangkan volume kendaraan yang melalui gerbang tol Muktiharjo (Z_1) dengan volume kendaraan yang melalui gerbang tol Gayamsari (Z_2) berkorelasi negatif.

Tabel 2. Matriks Korelasi Volume Kendaraan Antar Gerbang Tol

Series	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
Z_1	1			
Z_2	-0,036	1		
Z_3	0,493	0,717	1	
Z_4	0,282	0,670	0,861	1

Pengujian Kestasioneran Series

Untuk mengetahui kestasioneran data dalam mean dapat dicek melalui fungsi autokorelasi (ACF) masing-masing series yang terangkum dalam Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Plot ACF untuk Series (a) Z_1 , (b) Z_2 , (c) Z_3 dan (d) Z_4

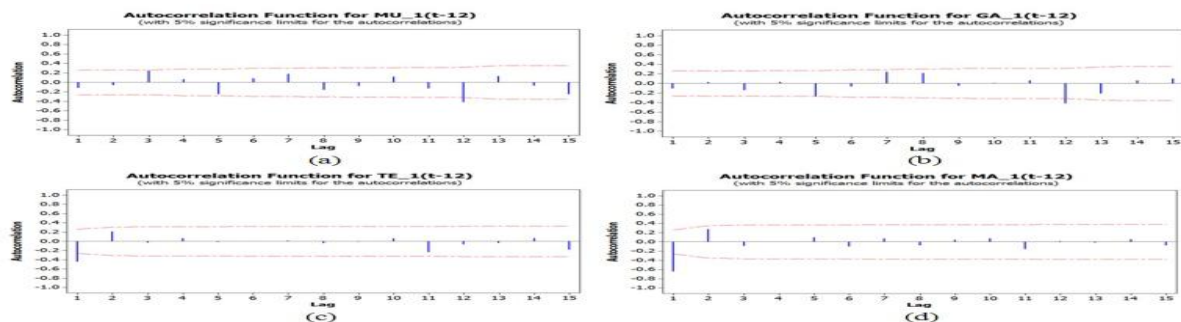
Berdasarkan plot ACF tersebut ternyata ada beberapa plot ACF yang turun lambat, yaitu plot ACF untuk series Z_1 atau Muktiharjo, Z_2 atau Gayamsari, dan Z_3 atau Tembalang hal ini menunjukkan bahwa terdapat ketidakstationeran dalam mean. Plot ACF menunjukkan bahwa perlu dilakukan *differencing* satu dan *differencing* 12. Hal ini dikarenakan ada kecenderungan data bersifat musiman, terlihat bahwa ada yang keluar pada lag 12. Adanya pengaruh musiman tersebut tampak pada plot MACF yang dirangkum dalam Tabel 3. Dari tabel tersebut masih terdapat beberapa lag yang signifikan secara bersama-sama pada setiap variabel atau dapat dikatakan banyaknya tanda (+) pada setiap lag. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa data belum stationer dan perlu dilakukan *differencing* satu kemudian *differencing* 12.

Tabel 3. MACF untuk Keempat Series

Region \ Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Muktiharjo	+++	+...	+.+	+..	+..	+...	+..	+.+
Gayamsari	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+.+	+.+	+.+	+.+
Tembalang	++++	+++	++++	++++	+.+	+++
Manyaran	++++	+++	+++	+.+	+.+	+.+	+.+	+.+	+++

+ is $> 2 \times \text{std error}$, - is $< -2 \times \text{std error}$, . is between

Setelah dilakukan *differencing* 1 kemudian 12 lag, diperoleh plot ACF untuk masing-masing series seperti yang ditampilkan pada Gambar 3. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa tidak ada lagi lag yang terlalu signifikan. Dengan kata lain series Z_1 , Z_2 , Z_3 dan Z_4 telah stasioner dalam mean.



Gambar 3. Plot ACF series (a) Z_1 , (b) Z_2 , (c) Z_3 , dan (d) Z_4 yang sudah *differencing* 1 dan 12 lag

Selain melalui plot ACF masing-masing series, kestasioneran dalam mean dalam mean dapat juga diperiksa dari nilai MACF dan MPACF yang dirangkum dalam Tabel 4. Dari tabel tersebut dapat dilihat ternyata tidak ada tanda (+) yang keluar pada setiap lag, hanya keluar pada lag-lag tertentu saja, hal ini menunjukkan bahwa data sudah stationer dalam mean.

Tabel 4. MACF untuk keempat series setelah *didifferencing* 1 kemudian 12 lag

Region \ Lag	0	1	2	3	4	5	...	12	13	14	15
Muktiharjo	+++	---
Gayamsari	+++	..--	..++-+
Tembalang	++++	..--	...+
Manyaran	++++	..--	...+

+ is $> 2 \times \text{std error}$, - is $< -2 \times \text{std error}$, . is between

Karena data sudah stasioner baik dalam mean maupun varians, maka dapat dilanjutkan dengan membuat model GSTAR untuk *forecasting*. Prosedur analisis GSTAR meliputi penentuan order GSTAR untuk menentukan model GSTAR dan estimasi parameter GSTAR dengan berbagai bobot di mana bobot yang digunakan antara lain uniform, invers jarak, dan korelasi silang, kemudian melakukan peramalan untuk tiap model yang terbentuk, serta menentukan bobot yang terbaik.

Penentuan Orde Model GSTAR

Setelah dilakukan differencing 1 lag kemudian 12 lag, selanjutnya model diduga dengan melihat nilai AIC pada setiap orde. Pada Tabel 5 menunjukkan orde yang memiliki nilai AIC terkecil merupakan orde model GSTAR.

Tabel 5. Ringkasan AIC dari Semua Model Tentative

<i>Minimum Information Criterion</i>						
Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	87,270661	87,461917	87,748163	88,002527	88,209774	88,311161
AR 1	80,112551	80,117435	80,541398	80,971505	81,258262	81,795336
AR 2	79,997227	80,548510	81,009236	81,554968	81,872289	82,697449
AR 3	80,291007	80,902992	81,491037	82,279183	82,599334	83,690404
AR 4	80,576128	81,315552	82,066935	82,659597	83,839451	84,773239

Berdasarkan Tabel 5 terlihat bahwa nilai AIC terkecil pada AR (2) yakni sebesar 79,99; dengan demikian model yang terbentuk adalah VARI (2,1,0)(0,1,0)¹². Dapat disimpulkan bahwa model yang sesuai dengan kasus ini adalah GSTAR(2₁)-I(1,12).

Estimasi parameter model GSTAR(2₁)-I(1,12) dengan bobot uniform

Berdasarkan Tabel 6 estimasi parameter yang signifikan menggunakan metode *stepwise*. Diketahui pula bahwa nilai parameter $\phi_{10}, \phi_{20}, \phi_{30}, \phi_{40}, \phi_{12}, \phi_{22}, \phi_{32}, \phi_{42}, \phi_{43}$ signifikan terhadap $\alpha = 5\%$.

Tabel 6. Taksiran Parameter Model GSTAR(2₁)-I(1,12) dengan Bobot Uniform Menggunakan Metode *Stepwise*

Parameter	Nilai	t_{hitung}	$p\text{-value}$	Parameter	Nilai	t_{hitung}	$p\text{-value}$
ϕ_{20}	0,360	5,59	0	ϕ_{32}	0.294	8,21	0
ϕ_{30}	0,424	15,53	0	ϕ_{42}	0.192	2,69	0
ϕ_{40}	0,449	16,45	0	ϕ_{43}	0.17	1,64	0,09
ϕ_{22}	0,329	6,25	0				

Estimasi parameter model GSTAR(2₁)-I(1,12) dengan bobot invers jarak

Model GSTAR dengan menggunakan bobot invers jarak ini merupakan model yang memperhatikan jarak antar lokasi sebenarnya. Adapun jarak keempat lokasi ditunjukkan pada Tabel 7.

Tabel 7. Jarak 4 Gerbang Tol Semarang

Gerbang Jalan Tol	Jarak (Km)	Gerbang Jalan Tol	Jarak (Km)
Muktiharjo-Gayamsari	4	Gayamsari-Manyaran	7
Muktiharjo-Manyaran	8	Gayamsari-Tembalang	6,5
Muktiharjo-Tembalang	7,5	Manyaran-Tembalang	6

Didapat matriks bobot invers jaraknya adalah sebagai berikut:

$$w_{ij}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0.3975 & 0.295 & 0.3075 \\ 0.3855 & 0 & 0.3 & 0.3145 \\ 0.31 & 0.334 & 0 & 0.356 \\ 0.3125 & 0.3375 & 0.35 & 0 \end{bmatrix}$$

Hasil taksiran parameter model GSTAR (2₁)-I(1,12) dengan bobot Invers Jarak sebagai berikut:

Tabel 8. Taksiran Parameter Model GSTAR(2₁)-I(1,12) dengan Bobot Inverse Jarak Menggunakan Metode *Stepwise*

Parameter	Nilai Taksiran	t _{hitung}	p-value	Parameter	Nilai Taksiran	t _{hitung}	p-value
ϕ_{20}	0,360	5,59	0	ϕ_{32}	0,294	8,21	0
ϕ_{30}	0,424	16,12	0	ϕ_{42}	0,191	2,65	0
ϕ_{40}	0,449	16,44	0	ϕ_{43}	0,170	1,62	0,107
ϕ_{12}	0,329	6,25	0				

Berdasarkan Tabel 8 estimasi parameter yang signifikan menggunakan metode *Stepwise*, menunjukan bahwa ada pengaruh faktor *space* dan *time*. Diketahui pula bahwa nilai parameter $\phi_{10}, \phi_{20}, \phi_{30}, \phi_{40}, \phi_{12}, \phi_{22}, \phi_{32}, \phi_{42}, \phi_{43}$ signifikan terhadap $\alpha = 5\%$.

Estimasi parameter model GSTAR(2₁)-I(1,12) dengan bobot korelasi silang

Model GSTAR dengan bobot lokasi ini dihitung berdasarkan nilai *Cross Correlation Dependent* pada lag 2, karena order p pada model GSTAR disini adalah 2. Pada bobot korelasi silang ini untuk nilai korelasi yang besar diduga mempunyai keterkaitan antar lokasi yang besar pula. Nilai korelasi silang pada lag 2 ditampilkan pada Tabel 9:

Tabel 9. Nilai Korelasi Silang dari Keempat Gerbang Tol Semarang

Parameter	Korelasi Silang	Parameter	Korelasi Silang	Parameter	Korelasi Silang	Parameter	Korelasi Silang
r_{12}	-0,13740	r_{31}	0,19412	r_{21}	-0,10246	r_{41}	0,01338
r_{13}	0,26318	r_{32}	0,44532	r_{23}	0,58492	r_{42}	0,44532
r_{14}	0,11178	r_{34}	0,46565	r_{24}	0,58732	r_{43}	0,40873

Pada Tabel 9 terlihat bahwa nilai korelasi silang pada lag 2 ada yang bernilai negatif, artinya ada kemungkinan nilai bobot yang diperoleh bernilai negatif pula. Adapun hasil

empirik dari penaksiran parameter model GSTAR(2₁)-I(1,12) dengan korelasi silang ditampilkan pada Tabel 10:

Tabel 10. Taksiran Parameter Model GSTAR(2₁)-I(1,12) dengan Bobot Inverse Jarak Menggunakan Metode *Stepwise*

Parameter	Nilai	thitung	p-value	Parameter	Nilai	thitung	p-value
ϕ_{10}	0,345	6,71	0	ϕ_{12}	0,329	6,22	0
ϕ_{20}	0,360	5,57	0	ϕ_{22}	0,321	4,66	0
ϕ_{30}	0,424	16,06	0	ϕ_{32}	0,294	8,18	0
ϕ_{41}	0,438	16,47	0	ϕ_{42}	0,288	7,16	0

Berdasarkan Tabel 11, terlihat bahwa penggunaan bobot uniform, invers jarak dan korelasi silang menghasilkan model yang sama untuk gerbang tol Muktiharjo, Gayamsari, Tembalang. Sedangkan untuk gerbang tol di Manyaran, setiap bobot menghasilkan model yang berbeda. Hal ini menunjukkan bahwa di gerbang tol Manyaran dipengaruhi oleh gerbang tol Muktiharjo, Gayamsari dan Tembalang, untuk bobot uniform dan invers jarak

Tabel 11. Model GSTAR(2₁)-I(1,12) untuk berbagai bobot

Lokasi	Uniform	Invers Jarak	Korelasi silang
Muktiharjo ($\dot{Z}_1(t)$)	$0,345Z_1^*(t-1) + 0,392Z_1^*(t-2) + e_1(t)$	$0,345Z_1^*(t-1) + 0,392Z_1^*(t-2) + e_1(t)$	$0,345Z_1^*(t-1) + 0,392Z_1^*(t-2) + e_1(t)$
Gayamsari ($\dot{Z}_2(t)$)	$0,360Z_2^*(t-1) + 0,321Z_2^*(t-2) + e_2(t)$	$0,360Z_2^*(t-1) + 0,321Z_2^*(t-2) + e_2(t)$	$0,360Z_2^*(t-1) + 0,321Z_2^*(t-2) + e_2(t)$
Tembalang ($\dot{Z}_3(t)$)	$0,424Z_3^*(t-1) + 0,294Z_3^*(t-2) + e_3(t)$	$0,424Z_3^*(t-1) + 0,294Z_3^*(t-2) + e_3(t)$	$0,424Z_3^*(t-1) + 0,294Z_3^*(t-2) + e_3(t)$
Manyaran ($\dot{Z}_4(t)$)	$0,449Z_4^*(t-1) + 0,057Z_1^*(t-2) + 0,057Z_2^*(t-1) + 0,057Z_3^*(t-2) + 0,17Z_4^*(t) + e_4(t)$	$0,449Z_4^*(t-1) + 0,053Z_1^*(t-2) + 0,057Z_2^*(t-1) + 0,06Z_3^*(t-2) + 0,191Z_4^*(t) + e_4(t)$	$0,449Z_4^*(t-1) + 0,288Z_4^*(t-2) + e_4(t)$

Pemilihan Model Terbaik

Demi menentukan model terbaik berdasarkan bobotnya maka dilakukan penelusuran terhadap RMSE setiap model. Model terbaik memiliki RMSE yang minimum. Nilai RMSE yang dihasilkan masing-masing bobot pada setiap lokasi dirangkum pada Tabel 16. Berdasarkan ringkasan RMSE pada Tabel 12 dapat disimpulkan bahwa bobot uniform sedikit lebih baik performanya dalam menggambarkan model ini.

Tabel 12. Ringkasan RMSE mode GSTAR(2₁)-I(1,12) untuk Ketiga Bobot pada Setiap Lokasi

Jenis Bobot	Gerbang Tol				Rata-rata
	Muktiharjo	Gayamsari	Tembalang	Manyaran	
Uniform	61700	21682	107923	116030	76834
Invers jarak	61700	21682	107923	116410	76928
Korelasi	61700	21682	107923	125034	79085

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang dipaparkan sebelumnya diperoleh kesimpulan bahwa model yang sesuai untuk data volume kendaraan yang masuk gerbang tol Semarang adalah model *space-time* musiman, yaitu GSTAR (2_1) -I(1,12). Model tersebut dibangun berdasarkan bobot seragam (uniform), bobot inverse jarak, dan bobot korelasi silang. Pemilihan model terbaik dipilih berdasarkan nilai RMSE terkecil dari ketiga bobot. Model terbaik yang dipilih adalah model yang menggunakan bobot seragam dengan nilai rata-rata RMSE 76834.

DAFTAR PUSTAKA

1. Borovkova, S.A., Lopuhaa, H.P., and Ruchjana, B.N., Generalized STAR Model with Eksperimental Weights. In M. Stasionopoulus and G. Toulomi (Eds.), *Proceeding of the 17th International Workshop on Statistical Modeling*, Chania, 2002: 139-147.
2. Borovkova, S.A., Lopuhaa, H.P., and Ruchjana, B.N., Consistency and Asymptotic Normality of Least Square Estimators in Generalized STAR Models, *Journal compilation Statistica Neerlandica*, 2008: 482-500
3. Box, G.E.P., and Jenkins, G.M., *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 2nd Edition. San Francisco: Holden-Day, 1976.
4. Cliff, A. and Ord, J.K., *Spatial Processes: Models and Applications*, London: Pion, 1983.
5. Pfeifer, P.E. and Deustch, S.J., A Three Stage Iterative Procedure for Space –Time Modeling. *Technometrics*, 1980, Vol.1, No.22: 35-47.
6. Ruchjana, B.N., Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Menggunakan Model Generalisasi S-TAR, *Forum Statistika dan Komputasi*, IPB, Bogor, 2002.
7. Suhartono, dan R.M. Atok, Perbandingan antara Model GSTAR dan VARIMA untuk Peramalan Data Deret Waktu dan Lokasi, *Makalah Seminar Nasional Jurusan Statistika*, FMIPA-ITS, Surabaya, 2006.
8. Suhartono dan Subanar, Some Comments on the Theorem Providing Stasionerity Condition for GSTAR Models in The Paper by Borovkova et al. *Journal of The Indonesian Mathematical Siciety (MIHMI)*, 2007, No.13, Vo.1: 44-52.
9. Wei, W.W.S., *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*, Addison Wesley Publishing Company, Inc. Canada., 2006.